

**Д.В. Парафейник, Е.М. Мищенко**

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОТИВОВОЗДУШНОЙ И ПРОТИВОРАКЕТНОЙ ОБОРОНЫ ТАКТИЧЕСКОЙ КОРАБЕЛЬНОЙ ГРУППЫ**

*Парафейник Денис Валерьевич, капитан-лейтенант, адъютант НИИ ОСИС ВМФ ВУНЦ ВМФ ВМА, г. Санкт-Петербург. [e-mail: 9410047@mail.ru].*

*Мищенко Евгений Михайлович, кандидат технических наук. Капитан 2 ранга, начальник отдела НИИ ОСИС ВМФ ВУНЦ ВМФ ВМА, г. Санкт-Петербург. [e-mail: liven79@mail.ru].*

### **Аннотация**

В статье приведена математическая модель, описывающая вариант управления силами флота в сетцентрической системе при выполнении задачи противовоздушной и противоракетной обороны тактической корабельной группы с использованием космических систем разведки, спутниковой связи и береговых разведывательно-информационных центров. Моделирование выполнено в интересах развития автоматизированных систем управления военного назначения.

Ключевые слова: математическая модель, противокорабельная ракета, противовоздушная оборона, зенитная ракета, космические средства разведки, показатели эффективности, сетевой подход Джексона, теория очередей, вероятность поражения, функция распределения времени.

### **Математическое моделирование функционирования противовоздушной и противоракетной обороны тактической корабельной группы**

Опыт вооруженных конфликтов на рубеже XX и XXI веков, развитие средств ведения современной вооруженной борьбы показывают, что основным ударным оружием военно-морских сил стран НАТО является высокоточное оружие – крылатые ракеты морского базирования. Примеры применения крылатых ракет морского базирования в последних локальных конфликтах демонстрируют, что с целью исключения входа носителей крылатых ракет в зону эффективной самообороны противника пуск происходит на больших дальностях. Наиболее сложным и скоротечным процессом в управлении тактической корабельной группой в боевых действиях против надводных группировок противника является отражение налета средств воздушного нападения (СВН) противника, то есть противовоздушная и противоракетная оборона (ПВО-ПРО). Для достижения высокоэффективного результата при отражении СВН необходимо обеспечить информационное превосходство над противником.

Одним из важнейших средств достижения информационного превосходства являются космические системы разведки, которые благодаря своим тактическим

и техническим характеристикам играют большую роль в процессе обеспечения органов военного управления разведывательной информацией для управления боевыми действиями в реальном масштабе времени.

Наличие заблаговременного предупреждения об угрозе поражения от СВН позволяет обеспечить большее время для принятия решения, организовать оптимальную расстановку сил, произвести прочие мероприятия по организации ПВО-ПРО, тем самым значительно повысив боевые возможности борьбы с СВН. Более того, наличие заблаговременного предупреждения об угрозе поражения от СВН позволяет организовывать ПВО-ПРО в дальней зоне без привлечения самолетов истребительной авиации, так как технические характеристики современных зенитных ракет позволяют стрелять на сотни километров.

Совокупность системы управления и управляемых объектов представляет собой сеть, процессы управления в которой являются сложными пространственно-временными процессами. Для их исследования и оценки эффективности функционирования применяются математические методы исследования и оценки сложных временных событийных и потоковых процессов.

Одним из основных свойств управления такой сети является оперативность выполнения поставленной задачи. Под оперативностью управления понимается быстрое, обеспечивающее упреждение противника в действиях, осуществление всех мероприятий по управлению войсками при подготовке к бою и в ходе него. Математические показатели, определяющие свойство оперативности управления, приведены в таблице.

Таблица  
Математические показатели, определяющие свойство оперативности управления

№ п/п	Свойство	Наименование показателя
Событийные модели		
1	Оперативность выполнения решаемой задачи	Среднее время до поражения цели
2		Функция распределения времени до поражения цели
Потоковые модели		
3	Оперативность обработки и передачи информации в сети управления	Математическое ожидание обработки и передачи командной информации (сообщения) в сети управления
4		Вероятность обработки и передачи командной информации (сообщения) за время не более $t$

Осуществим моделирование на конкретном примере, отображенном на рисунке 1.

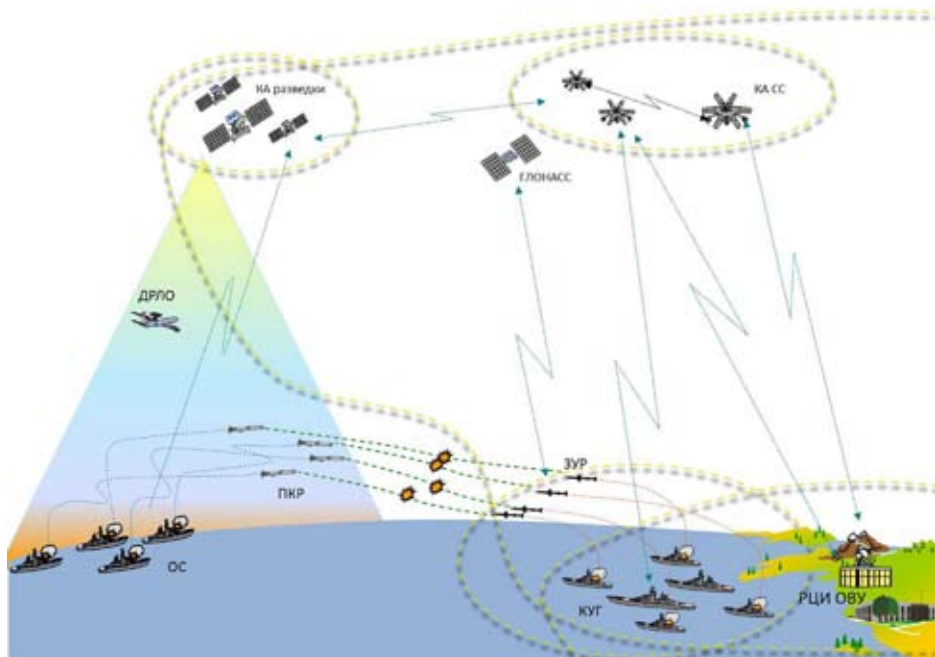


Рис. 1. Вариант совместного взаимодействия сил флота при выполнении задачи ПВО-ПРО тактической корабельной группой

Группировка перспективных космических аппаратов разведки, освещающая обстановку в зоне ведения боевых действий, производит слежение за ракетной ударной группой противника и обнаруживает пуск противокорабельных крылатых ракет (ПКР). Разведывательная информация посредством космических аппаратов-ретрансляторов передается на специализированные комплексы программно-аппаратных средств органов военного управления Военно-Морского Флота и разведывательно-информационного центра Военно-Морского Флота, где происходит классификация цели, отождествление, определение параметров ее движения и траектории полета, вырабатываются данные целеуказания и рекомендации по распределению зенитно-ракетных комплексов (ЗРК) корабельной ударной группы по воздушным целям в интересах коллективной обороны. Обработанные данные посредством космических аппаратов-ретрансляторов передаются на комплекс программно-аппаратных средств флагмана корабельной ударной группы. Начальник ПВО корабельной группы заблаговременно организует зональную ПВО корабельной группы. Осуществляется отбор кораблей тактической группы, находящихся в зоне действия радиолинии ВЗОИ флагманского корабля, отбор боеспособных ЗРК кораблей для централизованного распределения, отбор целей по критериям.

После получения команды на уничтожение целей ЗРК кораблей ударной группы осуществляют пуск зенитных управляемых ракет (ЗУР) в установленном по-

рядке. Корректировка ЗУР на цель осуществляется с помощью глобальной навигационной спутниковой системы (ГЛОНАСС) для прибытия ЗУР в упреждающий сектор поражения, где ЗУР перейдет в последнюю фазу своего полета.

Для удобства изложения совокупность системы управления и управляемых объектов предлагается называть сетью управления, а составляющие системы управления и управляемые объекты – узлами сети.

Построение задачи для исследования процессов в сети управления включает две составляющие [1]:

1. Математическое описание функционирования сети управления.
2. Математическое описание задачи от момента получения целеуказания на флагман до поражения ПКР.

Под потоками информации, циркулирующими в сети управления, предлагается понимать потоки сформированных файлов, команды запросов, данные и другие информационные сообщения, передаваемые или принимаемые составными частями сети [2]. На каждый узел сети приходится совокупность потоков, которые он обрабатывает с производительностью, заложенной в его конструкции. Некоторые потоки являются внешними. Эти потоки приходят на узел не из сети, а извне, например потоки излучений радиоэлектронных средств разведываемых объектов, принимаемых устройством космического аппарата разведки. Такие потоки называются входными.

Распределение входных и циркулирующих информационных потоков внутри сети управления при выполнении задачи ПВО-ПРО тактической корабельной группы в схематичном варианте отобрано на рисунке 2.

Потоки сформированных файлов, команды запросов, управлений, данные и другие информационные сообщения представляют собой заявки, поступающие на обслуживание. Они являются простейшим потоком.

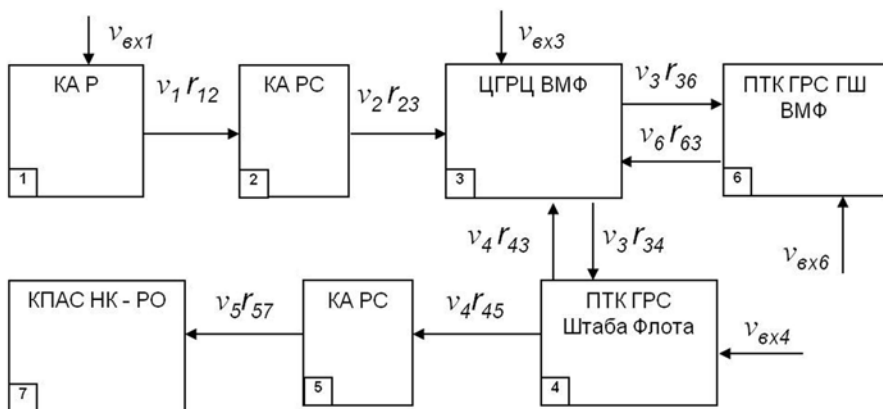


Рис. 2. Распределение входных и циркулирующих информационных потоков внутри сети управления при выполнении задачи ПВО-ПРО тактической корабельной группой

В теории очередей Джеймс Ричард Джексон [3] предложил подход к расчету среднего времени обработки любой заявки при пуассоновских потоках и экспоненциальном времени обслуживания с применением формулы Литлла.

Среднее время обработки и передачи информации в сети рассчитывается по формуле:

$$T_{\text{упр}} = \frac{1}{\sum_i^m v_{\text{ex}_i}} \cdot \sum_{j=1}^m \frac{\rho_j}{1 - \rho_j}, \quad (1)$$

где  $v_{\text{ex}_i}$  – величина входного потока, вводимого на  $i$ -й узел (1/мин);

$m$  – число узлов в сети;

$\rho_i$  – коэффициент загрузки  $i$ -го узла сети, определяемый по формуле:

$$\rho_i = \frac{v_i}{\eta_i}, \quad (2)$$

где  $\eta_i$  – производительность  $i$ -го узла (1/мин);

$v_i$  – величина потока, обрабатываемого в  $i$ -м узле сети (1/мин), определяемая по результатам решения системы алгебраических уравнений:

$$v_i = \sum_{j=1}^m v_j \cdot r_{ij} + v_{\text{ex}_i}, \quad (3)$$

$$i = 1 \div m,$$

$$\sum_{j=1}^m r_{ij} \leq 1,$$

где  $r_{ij}$  – доля потока, передаваемая из  $j$ -го узла в  $i$ -й узел сети, определяемая по формуле:

$$\sum_{j=1}^m r_{ij} \leq 1, \quad i = 1 \div m. \quad (4)$$

Дисперсия времени обработки и прохождения сообщения по сети рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{2}{\sum_{i=1}^m v_{\text{ex}_i}} \sum_{i=1}^m \frac{\rho_i \tau_i}{1 - \rho_i}, \quad (5)$$

где  $\tau_i$  – длительность пребывания информационного сообщения, команды в  $i$ -м узле сети управления, рассчитывается путем решения системы уравнений [3]:

$$\tau_i = \frac{1}{\eta_i (1 - \rho_i)} + \sum_{j=1}^m r_{i,j} \tau_j. \quad (6)$$

Построить функцию распределения времени и определить вероятность управления силами за время  $t$  можно используя экспоненциальный закон распределения по формуле [2]:

$$P_{\text{упр}}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{упр}}}}, \quad (7)$$

где  $T_{\text{упр}}$  рассчитывается по формуле (1).

Функция распределения времени управления силами за время  $t$  приведена на рисунке 3. Все расчеты были произведены в математической системе MathCAD.

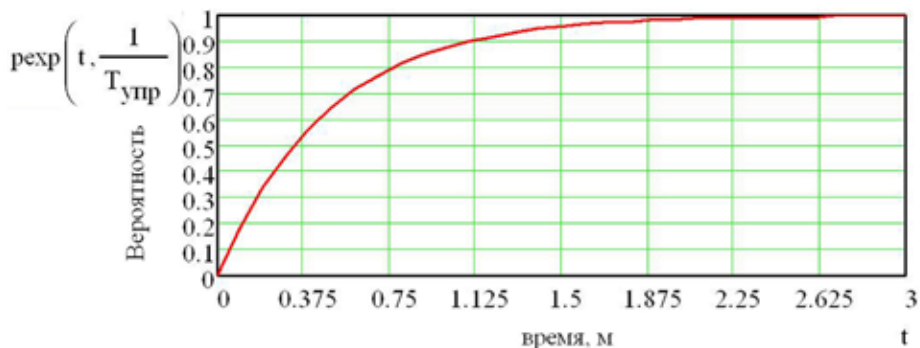


Рис. 3. Функция распределения времени управления силами за время  $t$

Для определения вероятности поражения ПКР от ЗУР от момента ее обнаружения рассмотрим граф-схему последовательности событий, отображенную на рисунке 4.



Рис. 4. Граф-схема последовательности событий

Задача является событийной. Функционирование процессов в сети управления от момента обнаружения до выдачи и принятия целеуказания, приведение системы зенитно-ракетных средств в боевую готовность, ожидание момента пуска ЗУР с расчетом на встречу ПКР в начале зоны поражения ЗРК, пуск ЗУР и ее полет до коррекции и после коррекции с последующим самонаведением на цель формируются совокупностью ряда событий, часть из которых может привести к срыву процесса.

Для исследования и оценки эффективности функционирования сложных пространственно-временных процессов, какими являются процессы управления, предлагается использовать математический аппарат полумарковских процессов

(ПМП). Аппарат ПМП можно отнести к классу событийных процессов, которые позволяют описывать совокупность ряда совершающихся событий во времени, порождающих временной процесс.

Граф-схема динамики смены состояний ПМП приведена на рисунке 5.

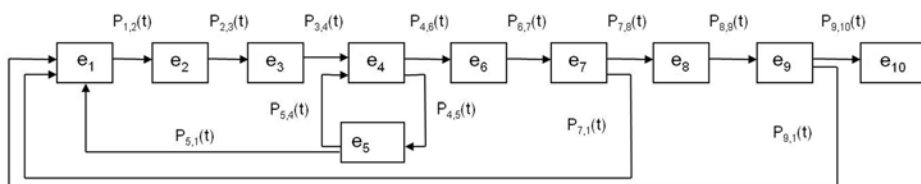


Рис. 5. Граф-схема динамики смены состояний ПМП

Состояния ПМП, определяющие временной процесс:

$e_1$  – функционирование процессов в сети управления от обнаружения до выдачи и принятия целеуказания,

$e_2$  – приведение системы зенитных ракетных средств в боевую готовность,

$e_3$  – ожидание момента пуска ЗУР с расчетом на встречу ПКР в начале зоны поражения от ЗРК,

$e_4$  – пуск ЗУР,

$e_5$  – восстановление ЗРК после сбоя,

$e_6$  – полет ЗУР,

$e_7$  – коррекция траектории полета ЗУР с помощью ГЛОНАСС,

$e_8$  – полет ЗУР после коррекции,

$e_9$  – самонаведение ЗУР,

$e_{10}$  – поражение ПКР.

Определив вероятности переходов из состояния в состояние, можно построить систему интегральных уравнений ПМП (8), описывающую процесс обнаружения ПКР и поражения ее ЗУР. Решая систему интегральных уравнений аналитически, возможно получить систему алгебраических уравнений (9), где  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \dots, \zeta_9$  – математическое ожидание пребывания ПМП в каждом из состояний  $1, 2, 3, 4, \dots, 9$ .

Решение системы уравнений относительно  $\tau_1$  позволяет получить среднее время до поражения ПКР. Аппроксимировав функцию распределения времени до поражения ПКР нормальным законом, можно получить функцию распределения времени нахождения ПМП в первом подмножестве состояний до его перехода в состояние второго подмножества  $e_{10}$  при условии, что процесс начался в одном из состояний первого подмножества (10):

$$\begin{aligned}
\Psi_1(t) &= \int_0^t \Psi_2(t-u) dP_{12}(t), \\
\Psi_2(t) &= \int_0^t \Psi_3(t-u) dP_{23}(t), \\
\Psi_3(t) &= \int_0^t \Psi_4(t-u) dP_{34}(t), \\
\Psi_4(t) &= \int_0^t \Psi_5(t-u) dP_{45}(t) + \int_0^t \Psi_6(t-u) dP_{46}(t), \\
\Psi_5(t) &= \int_0^t \Psi_4(t-u) dP_{54}(t) + \int_0^t \Psi_1(t-u) dP_{51}(t), \\
\Psi_6(t) &= \int_0^t \Psi_7(t-u) dP_{67}(t), \\
\Psi_7(t) &= \int_0^t \Psi_8(t-u) dP_{78}(t) + \int_0^t \Psi_1(t-u) dP_{71}(t), \\
\Psi_8(t) &= \int_0^t \Psi_9(t-u) dP_{89}(t), \\
\Psi_9(t) &= \int_0^t \Psi_1(t-u) dP_{91}(t) + \int_0^t \Psi_{10}(t-u) dP_{910}(t),
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \zeta_1 + p_{12}\tau_2, \\
\tau_2 &= \zeta_2 + p_{23}\tau_3, \\
\tau_3 &= \zeta_3 + p_{34}\tau_4, \\
\tau_4 &= \zeta_4 + p_{45}\tau_5 + p_{46}\tau_6, \\
\tau_5 &= \zeta_5 + p_{54}\tau_4 + p_{51}\tau_1, \\
\tau_6 &= \zeta_6 + p_{67}\tau_7, \\
\tau_7 &= \zeta_7 + p_{78}\tau_8 + p_{71}\tau_1, \\
\tau_8 &= \zeta_8 + p_{89}\tau_9, \\
\tau_9 &= \zeta_9 + p_{91}\tau_1 + p_{910}\tau_{10},
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\Psi_1(t) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(u-\tau_1)^2}{2\sigma_1^2}} du, \tag{10}$$

где  $\tau_1$  – математическое ожидание пребывания ПМП в первом множестве состояний  $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9$  до его первого перехода во второе множество  $e_{10}$ , в точности до поражения ПКР;

$\sigma_1$  – среднеквадратическое отклонение случайного времени выполнения процесса от поиска и обнаружения ПКР до ее поражения.



Функцию распределения случайного времени процесса полета ПКР до цели также можно аппроксимировать нормальным законом, определяемым по формуле:

$$G_{нкp}(t) = \frac{1}{\sigma_{нкp} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(u-T_{нкp})^2}{2\sigma_{нкp}^2}} du, \quad (11)$$

где  $T_{нкp}$  – математическое ожидание полета ПКР до цели,

$\sigma_{нкp}$  – среднеквадратическое отклонение полета ПКР до цели.

Поражение ПКР, а следовательно, и защита корабля от попадания в него ракеты будут успешными, если случайное время выполнения процесса от поиска и обнаружения ПКР до ее поражения будет меньше, чем случайное время полета ПКР до попадания в корабль после ее обнаружения. Определить эффективность защиты корабля тактической группы от ПКР с помощью ЗУР с учетом процессов управления за время  $t$  можно по формуле [4]:

$$R_{нПКP} = \text{Вер}(\xi_1 < \xi_2) = \int_0^{\infty} \psi(t) dG_{нкp}(t), \quad (12)$$

где  $\xi_1$  – случайное время выполнения процесса от поиска и обнаружения ПКР до ее поражения,

$\xi_2$  – случайное время полета ПКР до попадания в корабль после ее обнаружения.

Результаты вычислений в математической системе MathCAD отображены в графике на рисунке 6.

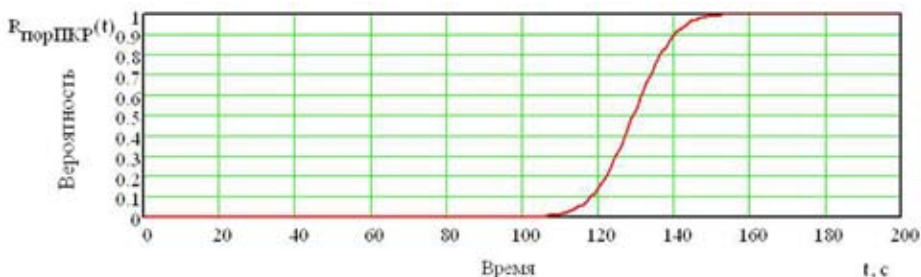


Рис. 6. Вероятность поражения ПКР ЗУР с учетом управления

При стрельбе по групповой цели при равномерном детерминированном целераспределении математическое ожидание числа пораженных объектов можно определить по формуле:

$$N = \sum_{i=1}^n P_i, \quad (13)$$

где  $n$  – число объектов в групповой цели, вероятность поражения цели  $i$ -м средством.

Таким образом, с помощью представленной математической модели можно производить системный анализ и исследование функционирования ПВО-ПРО тактической корабельной группы и рассчитывать количественные показатели ее эффективности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков И.С. Расчет вероятности поражения корабля ракетой или ракетным залпом с учетом противоракетной обороны // Научно-технический сборник. – Петродворец: войсковая часть 30895. – 1997. – № 7.
2. Новиков И.С. Исследование операций. Применение математического аппарата полумарковских процессов для решения ряда задач оценки эффективности разведки. – Петродворец, 1996.
3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. – Москва : Машиностроение, 1979.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – Москва : Наука, Физматгиз, 1969.